

# Učenje kroz igru

Ana Zeman, prof. matematike i fizike,  
prof. mentor  
Škola za modu i dizajn, Zagreb

# Nekad:

5

9)  $(a^{-3} + a^{-2} + a^{-1}) a^{-1}$ ; 10)  $(x^{-2} + y^{-2})^{-2}$

11)  $(x^{-4} + x^{-2}y^{-1} + xy^{-2} - x^0y^{-3}) \cdot x^4y^{-4}$ ;

12)  $(2a + 3a^{-1})(3a - 2a^{-1})$ ; 13)  $(3x^2 - 2y^{-1})(4x^2 - 5y^{-2})$ ;

14)  $(a^{-1} - b^{-1})^2$ ; 15)  $(x^{-2} + y^{-2})^{-2}$ ;

16)  $(a^{-3} + 3a^{-2}b^{-1} + 3a^{-1}b^{-2} + b^{-3})(a^{-1} - b^{-1})^3$ ;

17)  $(a^{-1} - b^{-1})(a^{-2} + a^{-1}b^{-1} + b^{-2})$ ;

18)  $(a^{-4} + 3a^{-3}b^{-1} + 1)a^2 - (a^{-1} + b^{-1})^2$ ;

19)  $(a^{-3} + a^{-2} + a^{-1})(a^{-1} - 1) - (a^{-2} + 1)(a^{-2} - 1)$ ;

20)  $\left(-\frac{x^3y^{m+1}}{yz^{-4}}\right)^{-3}$ ; 21)  $\left(-\frac{a^{5k+3}b^{-2}}{a^{4k} \cdot c^5}\right)^{-4}$ ;

$$27) \frac{\left(a - \frac{1}{a}\right)^{-2} + \left(a + \frac{1}{a}\right)^{-2}}{\left(a - \frac{1}{a}\right)^{-2} - \left(a + \frac{1}{a}\right)^{-2}}; \quad 28) (16a^{-2} - 25b^{-2}) :$$

$$29) \left[ \frac{3a^2 (b+c)^{-2}}{(a-c)^{-2}} \right]^3 \cdot \left[ \frac{(c-a)^3}{3^{-1} (b+c)^3} \right]^{-2};$$

$$30) \frac{a^3 b^{-1} - a^{-1} b^3}{ab^{-1} + a^{-1} b} \cdot \left( \frac{a^2 - b^2}{ab} \right)^{-1};$$

$$a^{-2} - a^{-1} b^{-1} + b^{-2} : \left( \frac{a+b}{b} \right)^{-2};$$

$$10) \frac{3ax - bx - 2by + 6ay}{2x + y} : \frac{6ax - 2bx - by + 3ay}{x + 2y};$$

$$11) \frac{xy + (x - y)^2}{(x + y)^2 - xy} : \frac{x^5 + y^5 + x^2y^3 + x^3y^2}{(x^3 + y^3 + x^2y + xy^2)(x^3 - y^3)};$$

$$12) \frac{x^4 - y^4}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x^3 + xy^2}{x + y}; \quad \times \left[ \frac{a^2 - b^2}{ab} - \frac{1}{a + b} \left( \frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} \right) \right] : \frac{a - b}{a^3 - b^3};$$

$$14) \left( \frac{3}{2a - b} - \frac{2}{2a + b} - \frac{1}{2a - b} \right) : \frac{b^2}{4a^2 - b^2};$$

$$\times \left[ \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} - \frac{1}{(b - a)^2} \right] : \frac{b^2 + 4ab - a^2}{a^2 - b^2};$$

$$16) \left[ \frac{x - 1}{3x + (x - 1)^2} - \frac{1 - 3x + x^2}{x^3 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right] : \frac{x^2 + 1}{1 - x};$$

$$17) \left[ \frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{a^2b}{a^2 + b^2} \cdot \left( \frac{a}{ab + b^2} + \frac{b}{a^2 + ab} \right) \right] : \frac{b}{a - b};$$

$$\times \left[ \frac{2}{(a + b)^3} \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \right] : \frac{a - b}{a^3 - b^3};$$

$$19) \left[ \frac{y^2 + z^2}{y^2z^2} \cdot \left( \frac{1}{y^2} - \frac{1}{z^2} \right) - \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{z^2} \right) \cdot \frac{x^2 + z^2}{x^2z^2} \right] : \frac{x^2 + y^2}{x^2y^2};$$

$$20) \left( \frac{3x + 2}{3x^2 + 1} - \frac{18x^3 - x - 9}{9x^4 - 1} + \frac{3x - 2}{3x^2 - 1} \right) : \frac{x^2 + 10x + 25}{9x^4 - 1};$$

$$21) \left[ \frac{2}{(x + y)^3} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{1}{x^2 + 2xy + y^2} \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) \right] : \frac{x - y}{x^3y^3};$$

$$22) \left[ \left( \frac{x - y}{4y} + \frac{5y}{4x + 4y} \right) \cdot \frac{x}{x + 2y} - \frac{x^2 - xy + 6y^2}{4xy + 8y^2} \right] : \frac{x + 6y}{4x + 8y};$$

$$23) \left( 3x + \frac{3}{x + 1} - 2 \right) : \left( \frac{x + 4}{x + 1} - 1 + 5x + 6x^2 \right);$$

$$24) \left( \frac{a - b}{a^2 + ab} - \frac{a}{ab + b^2} \right) : \left( \frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a + b} \right);$$

$$\times \left( a - \frac{4ab}{a + b} + b \right) : \left( \frac{a}{a + b} - \frac{b}{b - a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2} \right);$$

$$26) \frac{a^4 - b^4}{a^2b^2} : \left[ \left( 1 + \frac{b^2}{a^2} \right) \left( 1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \right) \right];$$

$$27) \left( \frac{5a^2 - 6a + 3}{a - 1} + 4a^2 - a + 2 \right) : \left( 2a + 1 + \frac{2a}{a - 1} \right);$$

$$28) \left( \frac{1 + x}{1 - x} - \frac{1 - x}{1 + x} + \frac{4x^2}{x^2 - 1} \right) : \left( \frac{2 - 2x}{x^2} + 2 - \frac{2}{x^3 + x^2} \right);$$

$$29) \left( 1 - \frac{2}{1 - 3x} \right) \left( 1 - \frac{9x - 9x^2}{3x + 1} \right) : 2(1 - 9x^2);$$

$$30) \left[ \left( \frac{2}{a} - \frac{a}{4} - \frac{3}{2a} + \frac{1}{2a} \right) : \frac{2 - a}{4} - \left( 1 + \frac{2}{a} \right) \right] : \frac{a}{4 - a};$$

$$31) \left( \frac{x}{x + y} - \frac{x^2}{x^2 - y^2} \right) : \left( \frac{x^2}{x + y} - \frac{x^3}{x^2 + 2xy + y^2} \right);$$

$$32) \left( 2a - \frac{4a - 1}{2a} \right) : \frac{4a^2}{1 - 4a^2} : \left( \frac{1}{a} - \frac{4}{1 + 2a} \right);$$

$$33) \left( \frac{a}{a + 2} + \frac{1}{a^2 - 4} \right) \cdot \left( \frac{a + 1}{a - 1} + \frac{2a + 5}{1 - a^2} \right) : \left( \frac{1}{a + 1} - \frac{1}{2a} \right);$$

$$\times \left( \frac{x}{x + 1} - \frac{x^2}{x^2 + 2x + 1} \right) : \left( \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x + 1} \right) \cdot \frac{x + 1}{x};$$

$$35) 6a + \left( \frac{a}{a - 2} - \frac{a}{a + 2} \right) : \frac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16};$$

$$36) \left( \frac{x + y}{y} - \frac{2y}{y - x} \right) \cdot \frac{y - x}{x^2 + y^2} + \left( \frac{x^2 + 1}{2x - 1} - \frac{x}{2} \right) : \frac{x + 2}{1 - 2x};$$

$$37) \left( \frac{x^2 + y^2}{xy} - 2 \right) : \left( \frac{2x^2 + 2xy}{x^2 + 2xy + y^2} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{x + y} + \frac{1}{x - y} \right);$$

$$38) \left[ \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) : (a + b) + a \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) \right] : \frac{1 + a}{b};$$

$$39) \left( \frac{x + 2}{x - 2} \right)^2 : \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{3x^2 - 12x + 12} \cdot \frac{x}{3}; \quad 40) \left( \frac{1}{1 - a} + \frac{1}{a - 1} \right) : \frac{\frac{a + 1}{2}}{\frac{a + 1}{2} - 1};$$

$$41) \left( \frac{a^2}{b^2} + \frac{b}{a} \right) : \left( \frac{a}{b^2} - \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) : \frac{(a - b)^2 + 4ab}{1 + \frac{a}{b}};$$

$$42) 1 + \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} : \left[ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x + 1}{(x - 1)^2} - \frac{1}{(1 - x)^2} \right];$$

$$43) \frac{2a - \frac{1}{2a + 1} + 1}{1 + \frac{1}{2a + 1}}; \quad 44) \frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}; \quad 45) \frac{\frac{x}{a} - \frac{2a}{x^2}}{\frac{a^2}{x^2} - \frac{2a^2}{x^2}};$$

# Sada:

$$28. 1) \left( \frac{2}{a^2 - a} - \frac{2a}{1 - a^2} \right) \cdot \frac{2a^2 + 2a}{a^3 - 1} - \frac{4}{a - 1};$$

$$2) \left( a - \frac{a^2 - b^2}{ab} \right) \cdot \left( a + \frac{a^2 - b^2}{ab} \right) + \left( \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)^2;$$

$$3) \left( 1 - \frac{3}{x - 3} \right) : \left( \frac{12}{x^2 - 3x} - \frac{x}{(3 - x)^2} \right);$$

$$4) \left( \frac{2a}{a^2 - b^2} + \frac{a - b}{a^2 + 2ab + b^2} \right) \cdot \frac{(a + b)^2}{9a^4 - b^4};$$

$$5) \left( \frac{x - 3}{x^2 - 3x + 9} - \frac{6x - 18}{x^3 + 27} \right) : \frac{5x - 15}{4x^3 + 108}.$$

$$29. 1) \frac{a^3 - 1}{1 + \frac{1}{a - \frac{a}{a + 1}}};$$

# Nekad:

PRIRODNE VRIJEDNOSTI TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA 63

G.	M.	Sinus	D. l'	Tang	D. l'	Cotg	D. l'	Cosin	D. l'	'	°
25	0	0,42 262		0,46 631		2,1445		0,90 631	12,3	0	65
	10	0,42 525	26,3	0,46 985	35,5	2,1283	16,2	0,90 507	12,4	50	
	20	0,42 788	26,3	0,47 341	35,6	2,1123	16,0	0,90 383	12,5	40	
	30	0,43 051	26,3	0,47 698	35,7	2,0965	15,8	0,90 259	12,6	30	
	40	0,43 313	26,2	0,48 055	35,8	2,0809	15,6	0,90 133	12,6	20	
	50	0,43 575	26,2	0,48 414	35,9	2,0655	15,4	0,90 007	12,6	10	
26	0	0,43 837	26,2	0,48 773	36,0	2,0503	15,2	0,89 879	12,7	0	64
	10	0,44 098	26,1	0,49 134	36,1	2,0353	15,0	0,89 752	12,8	50	
	20	0,44 359	26,1	0,49 495	36,2	2,0204	14,9	0,89 623	12,9	40	
	30	0,44 620	26,1	0,49 858	36,3	2,0057	14,7	0,89 493	12,9	30	
	40	0,44 880	26,0	0,50 222	36,4	1,9912	14,5	0,89 363	13,0	20	
	50	0,45 140	26,0	0,50 587	36,5	1,9763	14,4	0,89 232	13,1	10	
27	0	0,45 399	25,9	0,50 953	36,6	1,9626	14,2	0,89 101	13,2	0	63
	10	0,45 658	25,9	0,51 319	36,7	1,9486	14,0	0,88 968	13,2	50	
	20	0,45 917	25,9	0,51 688	36,8	1,9347	13,9	0,88 835	13,3	40	

Sada:



# Pitanja:

- Uče li uistinu današnja djeca puno više nego nekada?
- Imaju li manje sati za obradu i uvježbavanje?
- Jesu li nove generacije manje inteligentne od prijašnjih?
- Griješimo li u načinu poučavanja?
- .....



# Mogući odgovori:

- Sve od navedenog?!
- Ništa od navedenog?!
- Sve pomalo?!

# Još neka pitanja:

- Kada su se pojavile sve te bolesti novog doba: disleksija, disgrafija, diskalkulija,...?
- Ako su poznate još iz doba Einsteina, zašto je sada sve veći broj djece sa nekom od dijagnoza?
- Može li se utjecati na pojavnost istih?

# Izvor informacija o mogućem odgovoru:

- Dr. Ranko Rajović: MENSA – NTC SUSTAV UČENJA, IQ DJETETA - BRIGA RODITELJA
- Dr. Ranko Rajović: Kako igrom uspješno razvijati djetetov IQ
- Jessica Joelle Alexander, Iben Dissing Sandahl: Danski odgoj djece
- Radionice:
  - Kako igrom uspješno razvijati djetetov IQ
  - Funkcionalno razmišljanje i znanje kao prioritet 21. stoljeća

# Prvo pitanje:

- Koliko posto na razvoj inteligencije utječe genetika, a koliko okruženje?

# GENETIKA

100%

Određuje  
potencijal

# OKRUŽENJE

100%

O njemu ovisi  
kako će se taj  
potencijal razviti

# Greške koje se čine već u startu:



# Isto tako, greške su:

- Fiksiranje glave
- Relaksator
- Ne ostavljanje stvari na podu da ih beba ne bi stavila u usta
- Sprečavanje igre (bacanje bebe u zrak)
- Korištenje kolica do 2./3. godine
- Sandale na moru, umjesto da djeca hodaju bosa

Prezaštićivanje

Nisu razvijeni svi  
dijelovi mozga

DISGRAFIJA



# Iz želje da zašтите dijete roditelji:

- Brane skakanje po krevetu
- Okretanje u krug
- Kupuju tenisice na čičak, kako se dijete ne bi opterećivalo vezivanjem vezica
- .....

Čime se sprečavaju neke od izuzetno korisnih aktivnosti.

# Isto tako:

PREAMBICIOZNI RODITELJI opterećuju  
djecu



stvara se otpor za učenje

Dijete koje ne može  
skočiti unazad u školi  
neće moći shvatiti  
**MATEMATIKU U  
MINUSU!**

- Djeca vrlo rano pokazuju sposobnost raspoznavanja apstraktnih simbola, ali tu sposobnost roditelji ne prepoznaju i ne potiču (marke automobila,...)
- Upravo pomoću tih simbola mogu se djeca uvesti u svijet misaonih klasifikacija, asocijacija i serijacija; što je osnova za kasnije dobro razmišljanje i učenje

Je li rana stimulacija važna za razvoj intelektualnih sposobnosti, ako već znamo da je važna za motoričke, govorne, grafomotoričke i glazbene sposobnosti?

# Stimulacija razvoja neuronskih veza i putova

- Dinamička akomodacija oka, kineziološke aktivnosti, rotacija, ravnoteža, trčanje, koordinacija oko-ruka
- Vježbe za razvoj fine motorike

# Važnost fine motorike:

- Ispitivanja su pokazala da 40% ispitane djece ima poremećaj koordinacije oko-ruka
- Više od 50 % ima poremećaj govora
- Više od 50% ima poremećaj fine motorike

Problem je sveprisutniji i teško bi se mogao objasniti samo nasljednim faktorom

# Motoričke vještine

## GRUBA MOTORIKA

Sposobnost izvođenja pokreta ruku, nogu ili tijela s određenom kontrolom

Pokazatelj kognitivnog razvoja u ranoj školskoj dobi, posebno obrada informacija i radna memorija

## FINA MOTORIKA

Sposobnost izvođenja preciznih i sitnih pokreta rukom uz zadržavanje dobre koordinacije između prstiju i oka

To je prediktor budućeg uspjeha u **matematici, čitanju i znanosti**



## Neke od aktivnosti za razvoj motorike:

- Zakopčavanje i otkopčavanje gumba i patenata
- Bockalice, lego kocke
- Savijanje papira
- Miješanje tijesta, plastelina i gline, izrađivanje različitih figurica

- Pomoć u kuhinji, pravljenje sendviča, vađenje koštica,...



- Samostalno hranjenje



# Stimulacija razvoja misaonih procesa:

- Apstrahiranje, vizualizacija
- Misaona klasifikacija i misaona serijacija  
(važne su za razvoj matematičko-logičkog razmišljanja)
- Asocijacije
- Glazba

# Vježba za prepoznavanje apstraktnih simbola



# Dva su faktora razvoja djeteta:

1. IGRA

2. STIMULATIVNO OKRUŽENJE

# Klasično učenje:

- Reproduktivno
- Asocijativno 30% mozga

# PISA testovi

- Europa: slabi rezultati
- Jugoistočna Azija: izrazito visoki rezultati

Što oni rade toliko drugačije?

# Odgovor:

Koriste se asocijativnim dijelovima mozga već od 3.godine (kroz pismo)

Dok mi asocijativne regije ne koristimo!

Piaget: asocijacije aktiviraju matematičko logičko mišljenje!



# Najveća greška:

Navikli smo da piše, umjesto da radimo u glavi

Primjer: Računanje pomoću abakusa (kasnije pomoću zamišljenog abakusa)



# Stimulacija razvoja funkcionalnog razmišljanja:

- Zagonetne priče
- Zagonetna pitanja
- Zagonetni predmeti

*Zagonetne priče i pitanja potiču djecu na nov način razmišljanja, čime se povećava razina funkcionalnog znanja i povezivanje činjenica koje već znaju.*

# Primjer zagonetnog pitanja:

- *Loše formulirano pitanje:* Koja je najčvršća kost ljudskog organizma?

- *Podatak:* U knjizi iz biologije piše:  
„Najčvršća kost ljudskog organizma je donja vilica, koja trpi najjači pritisak.”

- *Dobro formulirano pitanje:*  
Po čemu je donja vilica jedinstvena kost u ljudskom organizmu?

Jedini motiv za dijete je:

**IGRA**



# Pula, 10



# Zagonetna pitanja su metoda učenja!

- Divergentno mišljenje: kada sastavljamo pitanja
- Konvergentno mišljenje: kada dajemo odgovor u pitanju mora biti podatak

Jesu li današnja djeca drugačija?

Jesu!

# Današnja djeca:

Malo ili nimalo se kreću



Kretanje su zamijenili  
mobiteli i TV uređaji



Izražena HIPERPAŽNJA

# Zaključak:

- Moramo mijenjati metode učenja i poučavanja
- Učenje može i mora biti kroz igru  
(primjer: igre memorije, domina, kvizova,... )

- Natjecanja unutar razreda kroz igru potiču izlučivanje hormona:
  - dopamina (pruža dobar osjećaj i emocionalnu sreću; on šalje signale zadovoljstva i uzbuđenja u mozak)
  - endorfin („hormon sreće” stvara ga sam organizam)

Pitanja?

**HVALA NA PAŽNJI!** 😊